

Abstract

数学科においては、学習指導要領(以下、*cos* と示す)が平成 24 年度から全面実施され、3 年間の先行実施期間を含めて本年度で 5 年目を迎える。当該 *cos* においては、数学的操作活動の重要性が強調されるとともに、日常生活への活用の視点で思考力・判断力などについて意を注ぐよう示されている。また、*cos* の趣旨を具現化した全国学力・学習状況調査(以下、全調と示す)では、①日常生活関連、②他教科関連、③数学科固有、の 3 種類の活用例が示され、特に①の充実が急務とされている。

また、総則では、「学校における道徳教育は、道徳の時間を要として学校の教育活動全体を通じて行うものであり、道徳の時間はもとより、各教科、外国語活動、総合的な学習の時間及び特別活動のそれぞれの特質に応じて、児童の発達の段階を考慮して、適切な指導を行わなければならない」と示され、キャリア教育、環境教育、ESD 教育などにおいても、学校の教育活動全体を通じて行うような動向が主流となってきている。

そこで、学力の定着及び向上と、数学科における環境教育の充実について、バランス良く実践した一例を報告する。なお、本研究の機会を与えられたことに感謝したい。

【Key Words】事実を問う、日常生活関連、意図を読み取る

I 研究の動機とねらい

cos の趣旨が全調に具現化されていると理解すると、授業改善のメッセージをキャッチしやすい。

例えば、平成 22 年度小学校算数 B 4 (等しい面積の問題)では、「平行四辺形の対角線で区切られた図形の面積が等しいことを説明した例示を読み取り、台形に適用する」出題があり、*cos* に示された「振り返り」、「数学的な解釈」について、「例示された情報から作成意図を読み取り、類似の場面に適用することにより実現できる」というメッセージだと、私は読み取った。同様の構造の問題は、中学校調査においても平成 24 年度数学 B 4 (垂線の作図と証明)をはじめとして、全調開始の平成 19 年度以来、数多く出題されている。

さらに、県立高校入試においても同様の構造の問題が増えてきたように思われる。例えば、これまでの作図問題では、高度な思考を必要とし、年々テクニカルで難問化する傾向が見受けられたが、平成 24 年度は、「作図の形跡を見て、作図した人の意図を読み取り、その作図の手順を類推するとともに、なぜその方法で正しく作図できているか説明する問題(前期選抜 3)」に変わってきた。他者の意図を読み取ること、グラフや作図など数学的な対象から事実を読み取ること、そしてそれらを振り返って新たな解釈を考えることの重要性が、発信されているのではないかと、私は読み取った。

また、全調においては、発問カテゴリーが、①「理由を問う」、②「事実を問う」、③「方法を問う」に大別されている(解説資料 P8)ことに注目し、学習課題に対し、どのカテゴリーを問うのか精査するとともに、生徒の発表やノートの記録などについて、問うたことへの対応が適切に図れているのかについても、意を注ぐことが大切だと、私は読み取った。

そこで、平成 22 年度中学校数学 B 3 (T シャツプリント代金の比較)が、「日常生活関連」の活用で、「事実を問う」発問カテゴリーに属し、

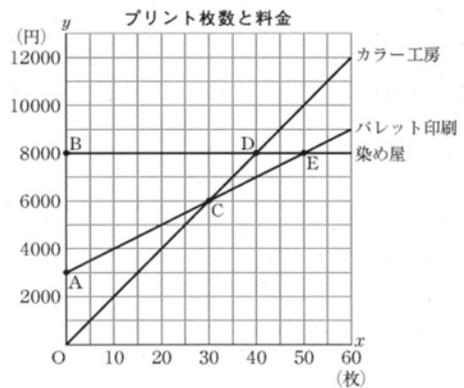
3 康平さんの所属するテニス部ではオリジナル T シャツを作ることにしました。そこで、無地の T シャツを持ち寄って、店にプリントを頼もうとしています。次の表は 3 つの店の料金をまとめたものです。

T シャツのプリント料金

店	料 金
カラー工房	T シャツ 1 枚につき 200 円です。
バレット印刷	製版代が 3000 円で、 T シャツ 1 枚につき 100 円追加されます。
染め屋	T シャツ 60 枚までは何枚でも 8000 円です。

製版代は、プリントするときの元になる版をつくるために必要な料金のことです。

康平さんはプリントする枚数によってどの店の料金が安くなるかを調べるために、T シャツを x 枚プリントしたときの料金を y 円として店ごとの x と y の関係を、次のようにグラフに表しました。



平成 22 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学 B 3 事象の数学的な解釈と問題解決の方法

グラフから読み取れる事実をもとに、一次関数において思考を深める課題として出題されたことに注目した。一般的に、携帯電話のプラン決定を題材に、同様の構造の問題が教科書で扱われている。

cos 解説では、「式・表・グラフ・文」を互いに行き来しながら、考察に便利な手法を自分で選択する力を育むとともに、考察に利用できる数学的事実を読み取ることに重きを置くよう示されている。そこで、これらのことを、環境教育の視点で教材化したいと考えた。

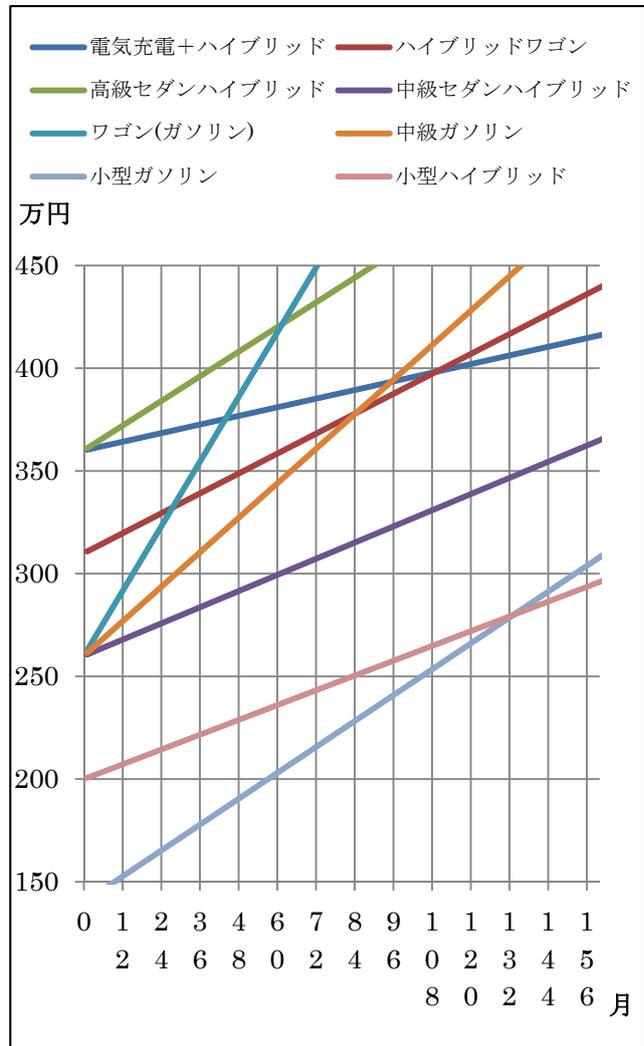
最近、私は、私的な消費活動において、自動車の買い換えで、一次関数を用いてどの自動車(車種)を買うべきか調べたことがある。燃費の良い自動車は初期出費が高く、燃費が悪い自動車は初期出費を比較的安価におさえることができる。従って、何年か継続して同じ車種に乗り続ける限りは、自動車経費のうち車体費用及び燃料代の総額において、逆転するところが存在するはずである。あるいは、比較する車種間によっては、実用的な継続使用年数の範囲内では、逆転が起こりえない場合も生じる。右図は、T社の乗用車(ガソリン車、ハイブリッド車、電気充電+ハイブリッド車)について、実際に調べたグラフである。

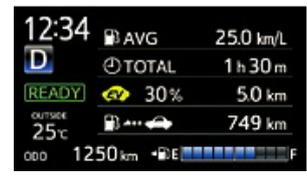
このように、具体的な日常生活関連の学習課題において、エネルギー環境教育に資する話題を題材にして、数学的な思考を扱う授業を設計したいと考えた。

もちろん、自動車の総額は、メンテナンスにかかる維持費用等、複雑な条件を加味して関数をつくるべきであるが、主に総額へ影響を与える条件に着目し、車体価格と月間燃料費の和を指標に特化するなど、具体的な事象を数学の土俵に乗せる際に、理想化・単純化するなどの数学的处理も経験させるとともに、しかもその本質が一次関数として標準化できるなどの、数学的な思考過程を体験させる。また、通常はグラフの読み取りに重きを置く課題であるが、理想化の手順を体験させ、日常生活関連の課題解決に数学を用いている意識を大切にするために、カタログデータをもとに情報過多の状況から必要な情報を選択する数学的活動にも意を注ぎたい。

東日本震災以来、エネルギー確保と節約について世論の関心が急激に高まった。当初は、エレベータ4基のうち2基を止め、階段の積極的利用と2アップ3ダウン運動が展開されたり、照明の照度の調節や自動販売機の調整をするなど身の回りにある事象の細かな節約に着目したりして、まずは行動できることは何かを考え、実践し始めた。このような取組が進むなか、無理を伴った実践や、科学的根拠や指標の乏しい定性的な根拠による取組は、長続きしないことも明らかになってきた。そこで、電力ナビによる電気使用量のモニター、待機電流を減らすためのこまめなコンセントの抜き差しあるいはコンセントを差したままであっても待機電力を抑える各種家電製品の発売、自然冷媒ヒートポンプ給湯機や屋上・屋根空間を利用した家庭用太陽光発電の普及、ハイブリッド・電気充電等による自動車の普及等の改善が図られてきた。

節約の視点から、日常生活において、科学的根拠や定性的な指標に注目が集まるようになってきた一方で、数値を与えられるとか定量的な説明を示されるときには、吟味することなく無批判に受け入れてしまう傾向も見受けられる。“evidence”の概念が一般的になりつつあるなか、省エネルギーに関する課題においては、“evidence”の概念が成立し得ない状況を危惧する。このことは、算数・数学教育の責務ではないかとさえ感じる。





このことは、数学を理解しているはずの私にも当てはまる。最近、ハイブリッド車を購入したが、節約を示す各種メータについて、面白半分は無目的に表示モードを変え、その都度表示された画面で、針の振れが小さくなったり、燃費を示すデータが向上したりするように、まるでゲームセンターのドライブゲームをしているような感覚で見ることが多い。本来ならば、どのドライブシーンで、どの表示モードがふさわしいのか、数値が向上することは何を生み出していることにつながるのか、といった目的意識をもって、これらの科学的データを積極的かつ有効に利用するべきであろう。

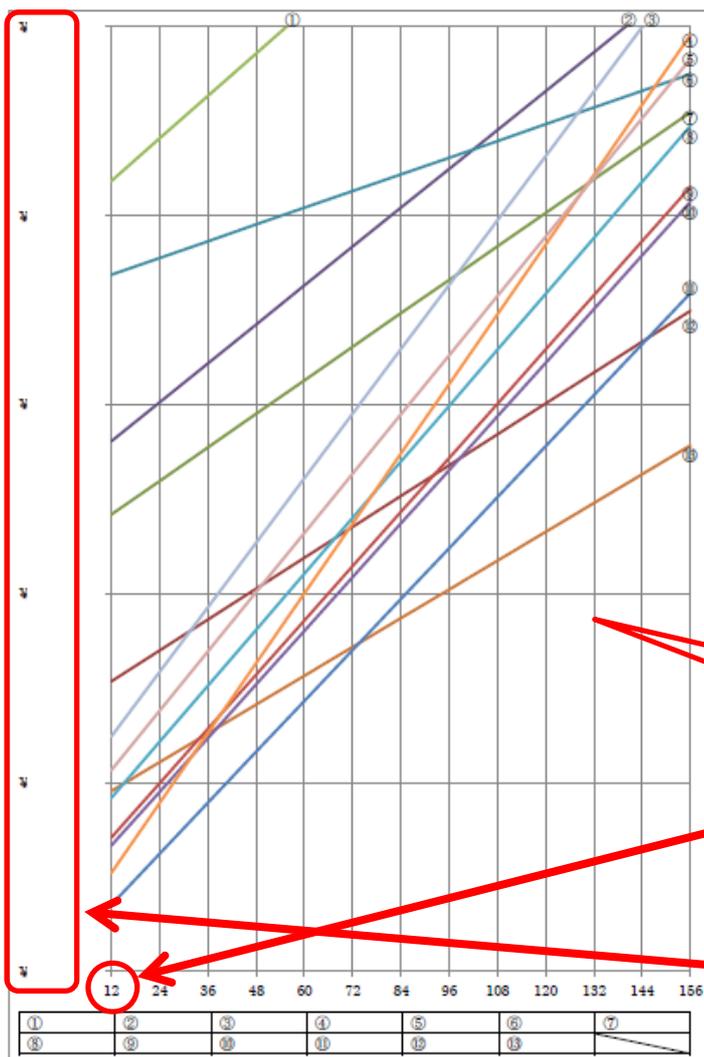
そこで、本実践において、自動車の燃費をどのように解釈し、グラフやカタログをどのように読み取るかという数学的解釈の力を高めることにより、電力ナビ、家庭用太陽光発電等にも同様の手法を進んで用い、調べようとする態度を育み、エネルギー環境教育を充実させたいと考える。

II 実践の概要

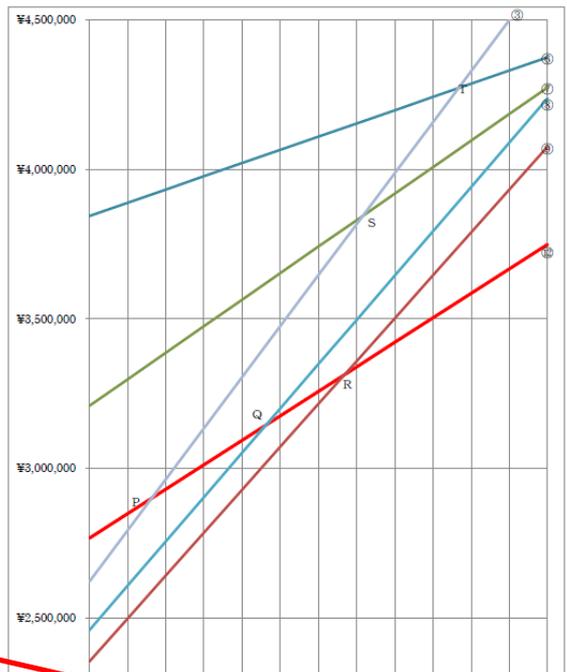
まず、燃費とは何か与える。燃費の概念を理解させるため、いくつかの具体例を扱うが、カタログを用いての演習は行わない。カタログの見方を教えてはねらいに反すると判断したからである。

次に、「自動車を買換えたいと考えているのだが、エコの視点で車種を決めたい」ことを告げ、『エコ』の意味を、話しあって定義するとともに、数学の土俵に載せるための理想化・単純化の条件を考えさせる。

【資料1】13車種からつくった原本



【資料2】6車種に絞り込んだ状況



日常生活の題材を数学の土俵に載せるため、示すグラフには次の工夫を加えた。

- 切片(購入価格)がグラフから直読できないように、x軸は12ヶ月から示す。(購入1年以内に買い換えるとは、現実的ではないという設定)
- カタログから必要な情報を選択させるため、y軸の値は示さない。

このようなレディネスのもと、本物のカタログ(文末資料参照)から作成した冊子を与え、しばらくそれを眺めさせる。概観するうちに、カタログのどの部分が学習課題の解決に必要なのかについて気付かせる。購入額は、車体価格に 60 万円加えた金額になることを伝える。この追加金額は、オプション代金や、車を廃棄するときに環境に優しい状態にまで処理するために必要な処理代金等であることを説明し、環境へきめ細やかな配慮がなされている社会の動きを意識させたい。

このような活動を経て、カタログ冊子をもとに、資料 1 により、13 本のグラフがどの車種を示しているか同定させること、6 車種に絞り込んだ資料 2 から、さらに 1 車種に決定することについて、数学的な思考・判断を高めるための話しあいをさせる。(文末資料「指導案」参照)

なお、数学科の目標として思考・判断を深めること、環境教育の目標としてより具体的な日常生活関連の話題を設定することにより、自動車購入以外の場面でも本実践で学んだことが活かされる態度を育むこと、の両面の目標から、次に示す学習課題も想定し、必要に応じて、あるいは学習の深さに応じて、与えられるよう準備した。

学習活動	時間	指導上の留意点
4 時間があれば【発展】を考える。	予備	・書画カメラで説明させる。
<p>【発展】 (あ)③⑥⑫で迷っているときは、どのように考えれば良いでしょうか。 (い)⑥は最近はやりの家庭電気充電とガソリンをあわせもった自動車ですが、⑥⑫で迷っているとき、⑫をどれだけ乗り続けたら⑥の方が安くなるのでしょうか。</p>		
※または、次時への課題とする。		<p>○③⑥を式に表し、連立方程式として解いたときの解がグラフの交点になること、そして、交点の x 座標を読み取れば(い)の答えになることを思い出させる。 ●グラフがたくさん描かれているので、(あ)(い)ともに課題を考えるときに、グラフのどこを見れば良いか気付かせる。 ○●状況により、「わかっているけど、うまく伝えられない」というジレンマを感じて終えても良いと考える。</p>

Ⅲ 授業の考察及び今後の展望



【写真1】カタログを概観



【写真2】グラフを同定



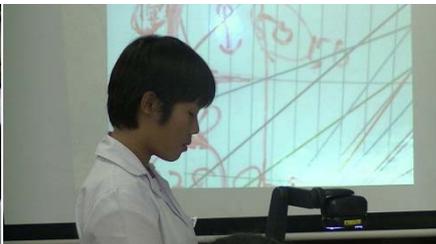
【写真3】切片を予想



【写真4】行き詰まりを見守る



【写真5】活発な話しあい



【写真6】書画カメラで発表

燃費という概念に馴染みがないためか、エコの定義をする段階で時間がかかるとともに、情報過多のカタログから必要な情報を選択することにも苦労していたように窺える。写真1・2に示す場面にかける時間が長く必要であった。しかし、具体的な日常生活場面から学習課題を設定したこと、与えた資料が本物のカタログから作成した冊子であったこと、困惑する場面にも話しあいを見守り、行き詰まりを自力ですっきりさせたことが、その後の活発な話しあいにつながり、かなり深い思考・判断にまで到達することができた。例えば、高めに設定した「切片から購入価格が直読できないハードル(工夫)」は、一次関数で学んだ基礎的・基本的な知識及び技能により、あっさりと解決

できた。それに連動して、グラフを左側に延長すること、または、カタログから読み取った購入価格に12か月分の燃料代を計算して加えた値を用いることで、13本ものグラフが次々に同定されていった様子は、圧巻であった。整理されていない本物の情報を与えることの良さ、それをもとに解決していく子どもたちの逞しさを痛感したところである。



【写真7】6車種の検討



【写真8】⑥⑫の比較



【写真9】グラフを延長



【写真10】貼ったグラフ

また、発展課題として準備した「⑥⑫の比較」にあっても、写真8～10に示すように、グラフ用紙を数枚つなぎ合わせ、直線を延長したグループも多かった。グラフをつくり、「30年以上乗り続けると逆転は起こらないため、30年も同じ車に乗り続けることは現実的ではない」、すなわち「不適」を視覚的に明らかな“evidence”の視点で導き出した。なお、「不適」を厳密に学習するのは3年二次方程式の文章題であり、1年一次方程式ではその素地のみに触れており、2年生の子どもたちには概念が確立しているとは言い難い。もちろん、大多数は一次関数の基礎的・基本的な知識及び技能である「⑥⑫を示す一次関数の式をグラフから読み取り、それらを二元一次の連立方程式と見て、解が交点と三位一体であること」をつかって、不適を導き出した。しかし、連立方程式をつかった解法では、求められた解を改めて評価し、 $x=370$ の値を30年以上であるという現実世界に落とし込むイメージづくりが必要となり、にわかに「不適」を導くことに抵抗があったように見受けられた。グラフ用紙をつなぎ合わせることは、数学的にはエレガントではない(エレファント?)。しかし、視覚化により子どもたちがスムーズに振り返られること、他者に伝わるよう伝えるためには妥当であることを自覚し、そのことを子どもたちが言語化して発表していたことは、本実践のねらいに合致する。概念をつかむ段階では、エレファントも効果的であることを再認識するとともに、エレガントとエレファントをバランス良く指導したり、発達段階に応じて軽重を付けたりする重要性が明らかになった。

環境教育の視点では、本物のカタログを使用したこと、車を新調したいという生々しい問題をオープンエンドの傾向を強めて与えるとともに、「エコ」を子どもたちに定義させたこと、その上で実際のデータをどのように解釈するか話しあわせたことが、思わず引き込まれて時間を忘れ考える状況を成立させる一要因であった。直接言葉にして指導していないが、「同様の手法で電力ナビや太陽光発電も解明してみたい」という趣旨の学習感想が数多く見られたことは、本実践による一定の成果であったと考えている。

※参考文献

- ・ 文部科学省、中学校学習指導要領解説「数学」、平成20年9月
- ・ 三重県教育委員会、三重県立高等学校学力検査問題、(<http://www.mie-c.ed.jp/koukou/boshu/h25/index.htm>)
- ・ 三重県教育委員会、授業改善支援プラン、2007版、2008増補版、2009増補版
- ・ 国立教育政策研究所、全国学力・学習状況調査解説資料及び報告書中学校数学、平成19～25年度
- ・ 国立教育政策研究所、全国学力・学習状況調査の調査結果を踏まえた授業アイデア例、平成19～25年度
- ・ 国立教育政策研究所、全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ—児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて—中学校編、教育出版、2012年9月
- ・ 国立教育政策研究所(猿田・銀島・松原・磯部・水谷・萩原)、算数・数学教育の国際比較「国際数学・理科教育動向調査の2011年調査報告書」、明石書店、2013年8月29日、(銀島様から下賜)
- ・ 永田潤一郎、数学的活動をつくる、東洋館出版社、2012年10月、(永田様から下賜)
- ・ 水谷尚人、中学校数学科 授業を変える「発問」と「課題提示」の工夫71、明治図書、2008年6月25日
- ・ 根上生也、計算しない数学—見えない「答え」が見えてくる!—青春新書 INTELLIGENCE、青春出版社、2007年3月、(根上様から下賜)
- ・ 鈴鹿市教育委員会、学力フォローアップ支援事業報告書、平成20年度
- ・ 拙著、幼小中の系統性を見通した基礎学力向上カリキュラムの工夫—算数科・数学科のカリキュラムの工夫と実践—、鈴鹿市立教育研究所、平成16年3月

日 時 平成25年10月15日(火)第4限
場 所 2年C組教室(教室棟2階)
指導者 河合龍哉¹

1 単元名 一次関数の利用 (第3章 一次関数)

「事象の数学的な解釈とエネルギー環境問題の解決にかかる一方策(自動車の燃費)の実践」

2 「人間力²」との関わり

〈教材について〉

具体的な日常生活関連の課題を設定し、エネルギー環境教育に資する話題を題材にして、数学的な思考を扱う授業として、設計する。【詳細は、「I はじめに」を参照】

〈指導について〉

「わかっているが、表現しにくい」数学的な事象(理由・方法・事実)について、図(絵)・式・表・言葉などを適切に使って、共有したり高めたりする子どもや学級集団の育成をめざしている。そのため、具体的な取組として、言語活動の充実を意識し、次の①～③を取り上げる。

- ①文字式を使って説明すること、
- ②他者の作図の跡を見て作図の順序を推測するとともにその妥当性を筋道立てて説明すること、
- ③資料や図をもとにして、読み取れることを命題の形で表現した上で、その妥当性を示すこと、

「例示があって、それを参考にしながら新しく自分で説明を考える構造の問題」が、全調並びに県立入試において継続的に出題されている。この実態を踏まえて、数学科として身に付けたい力として、「例示を雛型とし、それをもとに自分なりに性質を見つけ、それを命題の形にまとめて、妥当性を説明すること」、「例示を含め、与えられた資料から読み取れる数学的事実をもとに、思考・判断を要する場面を解決すること」を大切に指導したい。そのため、オープンエンド型の問題も積極的に取扱うようにする。また、全調において、無回答率の多さは全国附属と比較しても高く、粘り強く諦めずにチャレンジする子どもを、「知」「徳」「体」の徳とも関わって大切に育てていきたい。

そのため、1学期には、「異なる2つの奇数の和が偶数になる」、「2けたの数で各位の和が3の倍数なら、もとの数も3の倍数である」などの整数の性質について、文字の式を用いて説明することについていねいに扱ったり、全調平成24年度数学B¹(ISSの問題)、²(連続3数の和の問題)をもとに、同調査の趣旨を鑑み、確率においては「バスケットのフリースローは成功・失敗の2通りなので、成功する確率は1/2である、という考え方は正しいか」、連立方程式においては「部員数が今年と昨年で増減した割合の問題(啓林館P49⁷)」について、今年の人数を x, y としたAさんと、昨年の人数を x, y としたBさんの解法を互いに比較し、評価する問題」などを自作したりして、継続的かつきめ細やかに指導することを心掛けてきた。

また、4月から教材と発問の工夫に主眼をおいてきた。全国学力・学習状況調査の出題意図カテゴリーが、①数学固有問題、②他教科関連問題、③日常生活関連問題、に、解答方式カテゴリーが、④事実の記述、⑤方法の記述、⑥理由の記述、にそれぞれ区分されていることに注目し、教材の工夫については、出題意図カテゴリー①②③をバランスよく準備するよう心掛け、発問の工夫については、解答方式カテゴリー④⑤⑥を明確に区別して生徒に伝わるよう留意するとともに、問われていることに合致した話し合いができるよう、その呼応に配慮してきた。本時は、④事実の記述、⑤方法の記述を意識し授業を進める。

3 指導計画

一次関数の利用(3時間)

- ・自動車の燃費を理解し、候補となる自動車の状況を示すグラフを同定する … 2時間(本時2/2)
- ・どの自動車を購入するか、前提条件と結果及び結果を導いた理由をまとめる … 1時間

※教科書に示された、水温と時間(他教科関連)、携帯電話の料金プランの決定(日常生活関連)、道のり・時刻のダイヤグラム(日常生活関連)、動点(数学固有)、等については、上記3時間の指導前に取扱った。

¹ 個人メール tkawai@fuzoku.edu.mie-u.ac.jp

² 人間力

本校では、研究テーマを「ともに学び ともに高めあう 学校の創造」、サブテーマを「～未来を創る『人間力』をもった生徒の育成～」として本年度は研究を進めている。そのため、指導案には、「人間力」にかかる記述を含めている。

4 本時の指導

〈本時のねらい〉

(1) 教科としてのねらい

- 日常生活関連問題について、操作活動を通じて、前に学んだことを拡張して新たな場面に適用したり、他者の方法の意図を読み取り数学的に解釈したりする。

(2) 教科で「人間力」を高めることに関するねらい

- 一次関数において、具体的な事柄(言葉)、表、グラフを同一視し、課題を解決するのに最もふさわしい表現を適切に適用できる。
- 情報過多の状況から、課題解決に必要な情報を取り出し、適切に加工することができる。

(3) 他者とのつながりあう力の高まりに関するねらい

- 第三者が作成した不完全なグラフを、作成者の意図を解釈しながら数学的に補完していく活動を通じて、話し合っているクラスの仲間の伝えたいことが分かる(分かろうとする)。

5 指導過程(50分)

(1) 準備物

教師 ; 書画カメラ, プロジェクター, 自動車カタログ(原本)

生徒(各グループ); 自動車カタログ(13車種を原本から抜き出したA3見開きで1車種, 計26ページ) マーカーペン, ホワイトシート³, プリント

(2) 指導計画(本時案)

○教科で「人間力」の高まりに関するアプローチ

●他者とのつながりあう力⁴の高まりに関するアプローチ

学習活動	時間	指導上の留意点
1 【課題】をつかむ。	10分	
<p>【課題】 自動車を買換えようと、カタログを集めました。次の条件を満たすようにするにはどの自動車 がぴったり当てはまるでしょうか。 <条件> ・できるだけ安い方がよい。 ・一度買ったら、5年以上は乗り続けたい。 ・月々1500km 走行する予定であること。</p>		
		<ul style="list-style-type: none"> 「安い」という意味を「車体価格+諸経費(60万円)」と「月々に必要な燃料費」の和であることに気付かせ、カタログの見方の一例を示す。 ○情報過多のカタログから必要な情報を精査し、加工すること。また、燃費に対する感覚を理解させる。
2 【準備1】を考え、発表する。	15分	
<p>【準備1】 図は、ちあきさんがかきかけたグラフである。①~⑬にあてはまる自動車は、カタログに示す自 動車A~Mのうちそれぞれどれか、記号で答えなさい。</p>		
		<ul style="list-style-type: none"> ・①H, ②C, ③L, ④K, ⑤M, ⑥D, ⑦B, ⑧J, ⑨G, ⑩I, ⑪F, ⑫A, ⑬Eである。 ○最初の1年で買換えることはないので、12ヶ月から始めているグラフであることの意味を踏まえ、①~⑬にA~Mを同定することができる。 ○次の2つが予想されるので、生徒の言葉で説明させ作図方

³ ホワイトシート

本校では、プリントにはラミネーター処理をして、自由に書いたり消したりして、思考が深まるようにしている。このようにラミネーター処理をしたプリント等をホワイトシートと呼んでいる。

⁴ 他者とのつながりあう力

本校では、研究テーマ「ともに学び ともに高めあう 学校の創造」にかかる指標として「他者とのつながりあう力」を設定しているため、指導案には、「他者とのつながりあう力」にかかる記述を含めている。

<p>3 【課題】を考え、発表する。</p>	<p>25分</p>	<p>法を共有させる。 ①グラフに示されていない切片を図に書き込むことで予測し、車体価格等から同定するもの。 ②車体価格に1年後の燃料費を加えた価格を計算し、グラフから読み取ろうとして同定するもの。 ○上記①②で正しく弁別できたわけも確認する。 ●縦軸のメモリを入れさせたり、①～⑬の特徴(グラフ)とカタログの記述(文章・表)を行き来したりしながら、他者の意図を読み取らせるとともに、上記①②の考え方について班の中で互いの考えを交流させる。</p>
<p>【課題】 ③⑥⑦⑧⑫の5つの自動車に絞り込んだ図で、⑫を買うことにしました。⑫が「安い」ことについて、自動車を使う期間に着目して説明しましょう。</p>		
		<p>○交点P～Tを適切に用いたり、座標を読み取ったりしながら、数学的な説明に練り上げさせる。 ●⑫との交点P、Q、Rの意味とその妥当性について吟味させる。 ○●状況により、「わかっているけど、うまく伝えられない」というジレンマを感じて終えても良いと考える。</p>

★生徒に配付する資料

情報過多のカタログから、候補の車種の燃費を示すデータを探させる。

候補となる自動車のグレードを与え、その車種のデータを示す列を探させる。

本物の自動車カタログを用いて、情報過多の状況から自分に必要な情報を取捨選択する力の育成もねらった。そのため、各車のカタログの同じ情報が掲載されているページを見開きA3版で13ページに編集し、資料として与えることとした。

情報過多のカタログから、候補の車種の車体価格を示すデータを探させる。